

# Исследование вынужденных колебаний в последовательном и параллельном контурах

## Методическое пособие по лабораторной работе

### Оглавление

#### Введение

Принципиальная схема лабораторной установки

Программа исследований

#### Основные свойства исследуемых схем

Последовательный колебательный контур

Параллельный колебательный контур

#### Вопросы для самопроверки

#### Задание по выполнению исследований

Последовательный колебательный контур

Параллельный колебательный контур

#### Дополнительные вопросы

Автор работы: профессор Э. Ф. Зайцев. Текст пособия составлен на основе материала, имеющегося в брошюре «Электрические колебания в линейных цепях.: Методические указания к лабораторным работам/ Б. А. Мартынов, Ю. Н. Новиков, А. Д. Жуков, Э. Ф. Зайцев; Под ред. Э. Ф. Зайцева, Ю. Н. Новикова. Санкт-Петербург. гос. техн. ун-т. Санкт-Петербург, 1991-32с.»

### Введение

Цель работы — углубление знаний о резонансных явлениях в колебательных контурах, приобретение навыков измерений частотных характеристик и электрических параметров контуров.

#### Принципиальная схема лабораторной установки

В работе исследуются последовательный и параллельный колебательные контуры. Цепи собираются на соединительной плате лабораторной установки (рис. 1). На рисунке показаны варианты подключения приборов в разных разделах работы: при исследованиях последовательного и параллельного контуров. В работе используются генератор гармонических колебаний перестраиваемой частоты (лабораторный генератор стандартных сигналов, ГСС), милливольтметры (МВ).

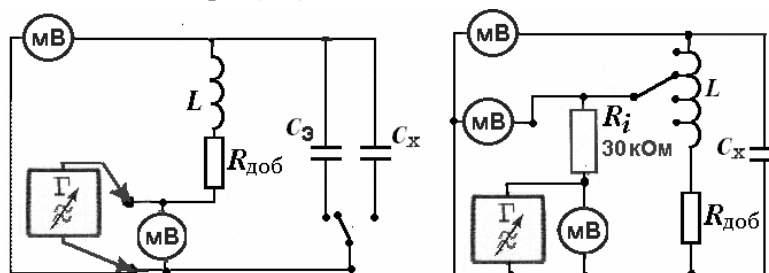


Рис. 1. Схема лабораторной установки при исследовании последовательного (слева) и параллельного (справа) контуров

Для измерений действующих значений напряжений на элементах контура используется милливольтметр с *пробником*. Так называют входной усилитель измерителя, вынесенный за пределы корпуса прибора и помещенный на конце соединительного кабеля. Такая конструкция позволяет значительно уменьшить входную емкость и входную проводимость прибора и, тем самым, ослабить влияние измерителя на исследуемый объект. Это весьма существенно при исследовании резонансных явлений, очень чувствительных к изменениям параметров схемы. Так входная емкость милливольтметра В3-38 (не имеющего пробника)

оценивается значением 60 пФ (с учетом кабеля). У милливольтметра с «вынесенным» усилителем входная емкость меньше 15 пФ, а входное сопротивление превышает 1 МОм. Пробник милливольтметра оборудован съемным делителем напряжения, уменьшающим напряжение на входе прибора в 1000 раз. Коэффициент деления практически не зависит от частоты в полосе частот, для которой милливольтметр предназначен: от 10 Гц до 100 МГц.

К лабораторной установке прилагается набор сменных вставок, в которые вмонтированы отдельные элементы: резисторы, конденсаторы, замыкающие проводники. На вставках указаны номинальные параметры элементов. Отклонения от номиналов не превышают единиц процентов. Используя съемные монтажные элементы (вставки), можно изменять такие параметры контуров, как активное сопротивление контура, емкость контура, коэффициент включения катушки индуктивности.

В лабораторной установке используется эталонный (градуированный) конденсатор  $C_э$ . Его емкость можно изменять, плавно вращая ручку настройки. Каждая лабораторная установка комплектуется графиком градуировки значений эталонного конденсатора.

#### **ПРИМЕЧАНИЕ**

Значения напряжений и токов, возникающих в цепи, таковы, что все применяемые в работе элементы допустимо считать линейными.

### **Программа исследований**

Экспериментальная часть лабораторной работы состоит из двух разделов: сначала исследуется *последовательный колебательный контур* и параметры элементов, из которых он составлен, затем из тех же элементов составляется и исследуется *параллельный колебательный контур*.

Программой работы предусмотрено:

- наблюдение резонанса в последовательном колебательном контуре, измерение резонансной частоты контура при разных значениях емкости эталонного конденсатора и выявление по результатам этого опыта значений индуктивности катушки и ее собственной емкости, а также емкости конденсатора, используемого в цепях колебательных контуров;
- снятие резонансных кривых напряжения на конденсаторе контура при включении в контур добавочных резисторов; определение добротности и затухания контура для каждого случая;
- определение добротности контура по результатам измерений на резонансной частоте напряжений на входе контура и на конденсаторе;
- экспериментальное определение сопротивления потерь контура;
- наблюдение резонанса в параллельном колебательном контуре в варианте полного подключения контура к источнику колебаний, измерение эквивалентного сопротивления контура на резонансной частоте при включении в контур добавочных резисторов;
- измерение эквивалентного сопротивления контура на резонансной частоте и снятие резонансных кривых напряжения на контуре при различных значениях коэффициента включения контура.

Задание по каждому пункту исследований приведено в конце пособия.

По окончании экспериментов составляется итоговый отчет, в котором формулируются цели работы; чертятся схемы измерений с указанием параметров элементов, используемых при построении цепей. По каждому пункту задания приводятся результаты измерений, графики снятых зависимостей, результаты расчетов с указанием используемых формул. Полученные результаты анализируются, в итоговых выводах объясняются наблюдаемые эффекты, предлагаются обоснованные объяснения выявленных расхождений теоретических и экспериментальных данных.

## Основные свойства исследуемых схем

В лабораторной работе исследуются вынужденные колебания в  $LC$ -контуре, происходящие под действием внешнего генератора гармонических колебаний. Известно, что амплитуда вынужденных колебаний в  $LC$ -контуре резко возрастает, когда частота генератора близка к частоте свободных колебаний контура. Это явление называется *резонансом*, оно используется в частотно-избирательных цепях для того, чтобы из смеси колебаний с различными частотами выделить колебания, занимающие заданную узкую полосу частот.

Частота резонанса  $\omega_p$  (или  $f_p$ ) зависит только от параметров контура и равна:

$$\omega_p = 2\pi f_p = 1/\sqrt{LC}. \quad (1)$$

На этой частоте напряжения и токи в элементах контура достигают экстремальных значений, а входное сопротивление становится чисто активным.

Генератор внешней ЭДС может быть включен последовательно в контур либо подключен через резистор к катушке индуктивности  $L$  и конденсатору  $C$ , соединенным параллельно. Соответственно этому различают *последовательный контур* — рис. 2 и *параллельный контур* — рис. 3.

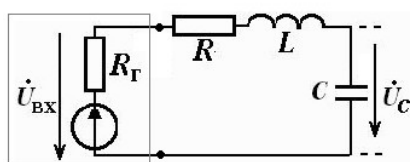


Рис. 2. Последовательный контур

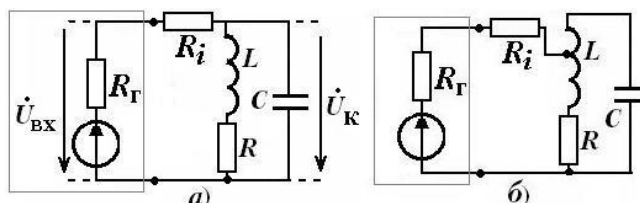


Рис. 3. Параллельный контур с полным (а) и неполным (б) включением индуктивности.

Во втором случае возможно как полное включение контура в цепь генератора (рис. 3, а), так и неполное включение (рис. 3, б), когда цепь источника присоединена к отводу катушки индуктивности контура (показано на рисунке).

### Последовательный колебательный контур

В последовательном контуре на частоте резонанса реактивные сопротивления индуктивности и емкости взаимно компенсируются:  $\omega_p L - 1/(\omega_p C) = 0$ , поэтому модуль полного сопротивления контура минимален и равен сопротивлению потерь  $R$ . Последнее складывается из сопротивления нагрузки  $R_{доб}$ , дополнительно введенного в контур, и сопротивления  $R_0$ , обусловленного потерями энергии в катушке и конденсаторе:  $R = R_0 + R_{доб}$ . Величину

$$\rho = \omega_p L = 1/(\omega_p C) = \sqrt{L/C} \quad (2)$$

называют *характеристическим сопротивлением контура*, а отношение

$$Q = \rho/R \quad (3)$$

*добротностью контура*. Обратную ей величину  $d=1/Q$  называют *затуханием контура*.

Из сказанного вытекает, что амплитуды напряжений на входе контура и на его элементах при резонансе подчинены соотношениям:

$$U_{вх} = U_R, \quad \frac{U_L}{U_{вх}} = \frac{U_C}{U_{вх}} = \frac{\rho}{R} = Q. \quad (4)$$

Обычно (для контуров, используемых в избирательных цепях) значение добротности составляет десятки единиц, следовательно, на резонансной частоте напряжение на каждом реактивном элементе во много раз больше входного напряжения.

Зависимость амплитуды тока в последовательном контуре от частоты описывается выражением

$$I = \frac{U_{\text{вх}} / R}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega} \right)^2}}. \quad (5)$$

Эта зависимость имеет вид резонансной кривой, показанной на рис. 4. Аналогичный вид имеют резонансные кривые напряжений  $U_L$  и  $U_C$ . Ширина кривой резонанса ( $2\Delta\omega$ ), то есть полоса пропускаемых частот, отсчитывается между точками, в которых уровень амплитуды составляет  $1/\sqrt{2}$  (или 0,707) от максимума, что соответствует снижению мощности в два раза по сравнению с максимальным значением. Из (5) можно получить:

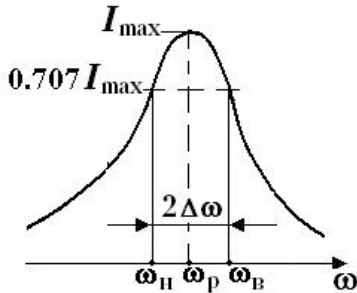


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика контура

$$2\Delta\omega/\omega_p = 1/Q = d. \quad (6)$$

Соотношение (6), как и (4), используют для измерения добротности контура.

Следует учитывать, что при выводе формулы (6) напряжение генератора  $U_{\text{вх}}$  предполагалось не зависящим от частоты. Однако реальный генератор обладает конечным внутренним сопротивлением  $R_r$ , и если ЭДС генератора при перестройке частоты остается постоянной, то напряжение  $U_{\text{вх}}$  изменяется, так как изменяется потребляемый контуром ток. В этих условиях относительная ширина резонансной кривой  $2\Delta\omega/\omega_p$  будет равна не  $1/Q$ , а  $1/Q'$ , где  $Q' = \rho / (R + R_r)$ . Формула (6) остается справедливой при условии, что сопротивление  $R_r$  отнесено к элементам контура. Если же поддерживать на постоянном уровне не ЭДС, а напряжение  $U_{\text{вх}}$ , то формула (6) будет давать собственную добротность контура (без учета  $R_r$ ). Отметим, что формула (4) всегда дает *собственную добротность*.

Поскольку  $R = R_{\text{доб}} + R_0$ , затухание контура  $d$  зависит от  $R_{\text{доб}}$  линейно:  $d = (R_{\text{доб}} + R_0) / \rho$ . Этим соотношением можно воспользоваться для экспериментального определения сопротивления потерь  $R_0$ . Действительно, если в декартовых координатах построить зависимость  $d$  от  $R_{\text{доб}}$ , получим прямую линию (рис. 5, а), которая пересечет ось абсцисс в точке А левее начала координат. Очевидно, длина отрезка 0А численно равна значению  $R_0$ .

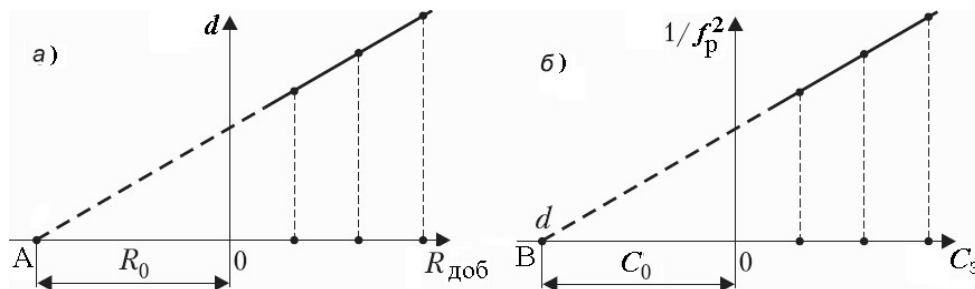


Рис. 5. К определению  $R_0$  - сопротивления потерь контура (а) и  $C_0$  - собственной емкости катушки (б)

Основной вклад в сопротивление потерь контура поставляют потери в проводах катушки индуктивности. Однако реальная катушка обладает не только сопротивлением потерь, но и собственной емкостью. Если на катушке имеется напряжение, значит, есть и электрическое поле между ее витками. Запасаемая полем энергия зависит от межвитковой емкости. Влияние этой распределенной емкости приближенно можно учесть в виде сосредоточенной емкости  $C_0$ , как бы присутствующей между зажимами катушки. На схеме замещения катушки эта емкость — *собственная емкость катушки* — будет подключена параллельно индуктивности. Ее можно найти экспериментально. Воспользуемся формулой (1), которая при учете  $C_0$  принимает вид:  $2\pi f_p = 1/\sqrt{L(C_s + C_0)}$ . Здесь имеется в виду, что в качестве конденсатора контура  $C$  (см. рис. 2) используется эталонный (градуированный) конденсатор,

и символом  $C_0$  обозначена емкость эталонного конденсатора. Из формулы видно, что зависимость величины  $1/f_p^2$  от  $C_0$  является линейной. Если измерить резонансную частоту при разных значениях эталонной емкости и построить график такой функции, должен получиться отрезок прямой. Его продолжение до пересечения с осью абсцисс отсечет отрезок  $0B$  (рис. 5, *b*), равный (в единицах емкости) значению  $C_0$ .

### Параллельный колебательный контур

На частоте резонанса токи в индуктивной и емкостной ветвях параллельного колебательного контура в  $Q$  раз больше входного тока, то есть тока генератора. Модуль *полного сопротивления контура*  $Z_k$  зависит от частоты следующим образом:

$$|Z_k| \cong R_3 / \sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega} \right)^2}. \quad (7)$$

Частота  $\omega_p$  по-прежнему определяется выражением (1). График модуля полного сопротивления контура  $Z_k$  от частоты, как видно, практически повторяет зависимость (5). Сопротивление параллельного контура на частоте резонанса максимально (сравните с последовательным контуром) и равно *эквивалентному сопротивлению*  $R_3$ , которое можно вычислить по формуле:

$$R_3 = Q\rho = \rho^2 / R. \quad (8)$$

При включении в контур добавочного резистора эквивалентное сопротивление  $R_3$  уменьшается.

Если ток, питающий контур, не зависит от нагрузки (при питании от идеального генератора тока), тогда напряжение на контуре меняется с частотой подобно  $|Z_k|$ . Если контур подключен к источнику ЭДС через сопротивление  $R_i$  (так сделано в лабораторной установке), тогда напряжение на контуре описывается выражением

$$U_k = U_{вх} \left| \frac{Z_k}{R_i + Z_k} \right| \quad (9)$$

Если  $R_i \rightarrow \infty$ , данная зависимость приближается по форме к (7), а если  $R_i \rightarrow 0$ , то  $U_k$  перестает зависеть от частоты. Таким образом, значение  $R_i$  существенно влияет на форму резонансной кривой  $U_k$ . Нетрудно показать, что при конечном  $R_i$  ширина полосы пропускания равна:

$$\frac{2\Delta\omega}{\omega_p} = \frac{1}{Q'}, \quad \text{где } Q' = \frac{Q}{1 + R_3/R_i}. \quad (10)$$

На резонансной частоте сопротивление контура  $Z_k = R_3$ . Оно чисто вещественное, и формула (9) принимает вид:

$$U_k|_{\omega_p} = U_{рез} = U_{вх} \frac{R_3}{R_i + R_3}. \quad (11)$$

Отсюда видно, что, измерив резонансное значение  $U_k$  и  $U_{вх}$ , при известном  $R_i$  можно найти значение  $R_3$ .

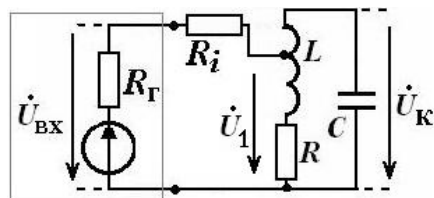


Рис. 6. Контур с неполным включением катушки

Чтобы уменьшить влияние  $R_i$  на частотно-избирательные свойства контура, применяют неполное включение контура в цепь источника. На рис. 6 показан контур с неполным включением катушки индуктивности. Отношение напряжения  $U_1$  на той части индуктивности, к которой подключен источник, к напряжению  $U_k$  на всей индуктивности называют *коэффициентом включения*:  $p = U_1 / U_k$ . (Ясно, что  $p \leq 1$ .) В этом случае входное сопротивление контура между точками подключения генератора на частоте параллельного резонанса равно:

$$R_{э1} = p^2 R_э = p^2 \frac{\rho^2}{R}. \quad (12)$$

Формулы (7, 10, 11) остаются верными, если в них  $R_э$  заменить на  $R_{э1}$ . Отсюда непосредственно видно, что чем меньше коэффициент включения  $p$ , тем слабее влияние  $R_э$  на ширину резонансной кривой, поскольку  $Q'$  приближается к собственной добротности  $Q$ .

Неполное включение контура применяют также для согласования его с низкоомными цепями, например, в транзисторных усилителях.

#### ПРИМЕЧАНИЕ

В контуре с неполным включением наряду с параллельным резонансом возможен последовательный резонанс, при котором сопротивление контура минимально. Частота его обычно далека от частоты параллельного резонанса. В лабораторной работе исследуется только область параллельного резонанса.

### Вопросы для самопроверки

- Что такое добротность контура, и какими способами можно ее измерить?
- Как зависят резонансная частота контура и полоса пропускаемых частот от параметров контура?
- Как измерить индуктивность катушки, ее собственную емкость и сопротивление потерь?
- Как влияет внутреннее сопротивление генератора на резонансные кривые последовательного и параллельного контуров?
- Для чего применяют неполное включение параллельного контура? Как влияет коэффициент включения на входное сопротивление и частотные характеристики контура?

### Задание по выполнению исследований

#### Последовательный колебательный контур

- 1.1. Соберите схему последовательного контура (рис. 7) при  $C=C_э$  и  $R_{доб}=0$  (используйте сменную вставку с замыкающим проводником). Снимите зависимость резонансной частоты  $f_p$  от емкости  $C_э$  при нескольких значениях  $C_э$  во всем диапазоне перестройки

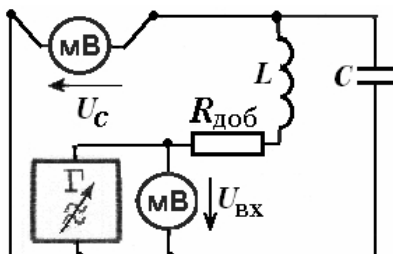


Рис. 7. Схема исследования последовательного контура

конденсатора. По полученным данным определите значения индуктивности катушки  $L$  и ее собственной емкости  $C_0$ .

- 1.2. Измерьте резонансную частоту контура, образованного катушкой индуктивности и конденсатором  $C_x$ . Определите емкость  $C_x$  по тому значению емкости эталонного конденсатора  $C_э$ , которому соответствует та же резонансная частота. Дальнейшую работу продолжайте с конденсатором  $C_x$ .
- 1.3. Снимите резонансные кривые напряжения на конденсаторе  $U_C(f)$ , устанавливая в цепь контура резисторы  $R_{доб}$  с разными значениями сопротивлений: 0, 36, 62, 120 Ом. Постройте графики резонансных кривых в относительном масштабе по оси ординат, откладывая по этой оси значения  $U_C/U_{рез}$ . (Здесь  $U_{рез}$  — значение напряжения на конденсаторе при резонансе). Определите добротность  $Q$  и затухание  $d$  контура для каждого значения  $R_{доб}$ .
- 1.4. На частоте резонанса измерьте напряжения на конденсаторе  $U_C = U_{рез}$  и на входе контура  $U_{вх}$  для резисторов  $R_{доб}$  с сопротивлениями, равными 0, 36, 62, 120 Ом. По этим данным определите добротность  $Q$  и сравните с ранее полученными значениями.
- 1.5. По данным проведенных измерений определите собственное сопротивление потерь контура  $R_0$ .

## Параллельный колебательный контур

2.1. Соберите схему параллельного колебательного контура в варианте полного подключения к источнику гармонических колебаний (рис. 8). Измерьте эквивалентное сопротивление контура  $R_3$  на резонансной частоте при разных значениях сопротивления резистора  $R_{\text{доб}}$ , равных 0, 36, 62, 120 Ом. Полученные данные сравните с результатом расчета  $R_3$  по формуле (8) через ранее найденные параметры контура.

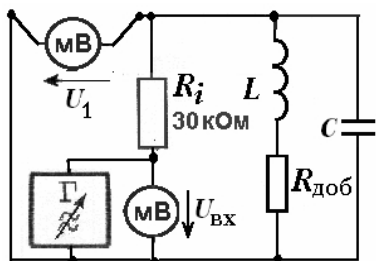


Рис. 8. Схема исследования параллельного колебательного контура при полном подключении к источнику

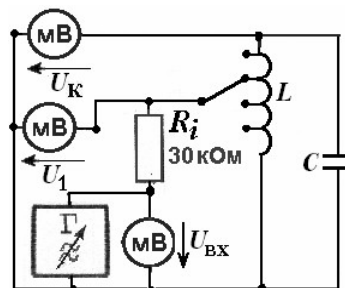


Рис. 9. Схема исследования параллельного колебательного контура при неполном подключении к источнику

2.2. Исследуйте резонансные явления в параллельном колебательном контуре в режиме неполного подключения к источнику (схема приведена на рис. 9), установив вместо резистора  $R_{\text{доб}}$  вставку с замыкающим проводником. Измерьте  $R_3$  на частоте резонанса при различных значениях коэффициента включения  $p$ . Величину  $p$  можно определить через отношение напряжения на части катушки ( $U_1$ ) к напряжению на всей катушке индуктивности ( $U_k$ ). Сравните результаты с выводами теории.

2.3. Снимите резонансные кривые напряжения на контуре  $U_k(f)$  при двух значениях коэффициента  $p$ , соответствующих полному ( $p=1$ ) и неполному ( $p<1$ ) включению контура. Сравните ширину полосы пропускания для обоих случаев.

На этом экспериментальная часть лабораторной работы заканчивается.

## Дополнительные вопросы

Анализируя в отчете результаты выполненных исследований, попытайтесь дополнительно ответить на следующие вопросы.

- Как изменится резонансная кривая  $U_C(f)$  последовательного контура (см. рис. 7) при использовании для измерений напряжения  $U_C$  милливольтметра В3-38, не оборудованного выносным измерительным устройством (пробником)?
- Воспользуйтесь результатами исследования резонансных явлений в последовательном контуре при  $R_{\text{доб}} = 0$  Ом и  $R_{\text{доб}} = 120$  Ом для предсказания формы временного отклика напряжения  $U_C$  при подаче на вход контура ступенчатого скачка напряжения.
- Как будет зависеть от частоты амплитуда напряжения на конденсаторе при замене  $R_i$  (см. рис. 8) замыкающей вставкой?
- При каком значении сопротивления  $R_{\text{доб}}$  в цепи, показанной на рис. 8, будет реализован режим передачи максимальной мощности в контур от источника, если считать сопротивление источника равным 30 кОм? Какова будет относительная ширина резонансной кривой при реализации этого случая?
- Каким должен быть коэффициент включения контура (см. рис. 9), чтобы реализовать режим передачи максимальной мощности в контур от источника с сопротивлением 30 кОм? Какова будет относительная ширина резонансной кривой в этом случае?
- Для использованного в последнем пункте исследований значения коэффициента включения  $p$  попытайтесь оценить частоту последовательного резонанса, который в варианте с неполным включением возможен в исследуемой цепи.